

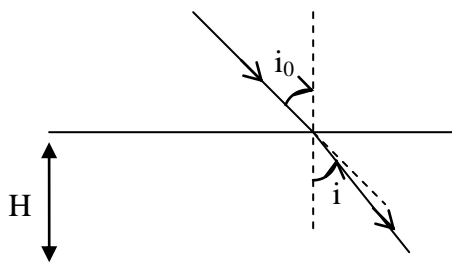
Epreuve de Physique II

Indice de réfraction de l'air

1^{ère} partie

Réfraction atmosphérique

1.1.
1.1.1.



1.1.2. Deuxième loi de la réfraction : $n \sin i = \sin i_0$

$$n \approx 1 \Rightarrow \sin i \approx \sin i_0 \Rightarrow i \approx i_0$$

1.1.3. $\Delta = i_0 - i \Rightarrow i = i_0 - \Delta$. Comme $i \approx i_0$ alors $|\Delta| \ll i_0$.

On peut faire un développement limité de $\sin i$ au voisinage de i_0 : $\sin i = \sin i_0 - \Delta \cos i_0$

$$\text{Donc } n(\sin i_0 - \Delta \cos i_0) = \sin i_0 \Rightarrow \left(1 - \frac{1}{n}\right) \sin i_0 = \Delta \cos i_0$$

$$\text{Lorsque } i_0 \neq \frac{\pi}{2} : \boxed{\Delta = \frac{n-1}{n} \tan i_0}$$

$$1.1.4. \quad \frac{n-1}{n} \approx 3.10^{-4}$$

$$\text{En minute d'arc : } \Delta = 3.10^{-4} \times 60 \times \frac{180}{\pi} \tan i_0$$

i_0 (en degrés)	0	60	80
Δ (en minutes d'arc)	0	1,8	5,8

1.1.5. Pour $i_0 = 90^0$ il faut pousser le développement limité à l'ordre 2 en Δ :

$$\sin i = \sin i_0 - \Delta \cos i_0 - \frac{\Delta^2}{2} \sin i_0 = 1 - \frac{\Delta^2}{2} \Rightarrow n \left(1 - \frac{\Delta^2}{2}\right) = 1 \Rightarrow \Delta = \sqrt{2} \sqrt{\frac{n-1}{n}}$$

$$\text{A.N. } \Delta = \sqrt{6} \cdot 10^{-2} \approx 2,45 \cdot 10^{-2} \text{ rad} ; \text{ soit } \Delta = 84,2'$$

1.2. Vue les valeurs assez importantes de Δ pour $i_0 = 90^0$ et que n dépend de la fréquence la dispersion de la lumière est alors plus importante d'où l'aspect coloré des étoiles lorsqu'elles se lèvent ou se couchent à l'horizon.

2^{ème} partie

Interférence à deux ondes

2.1. L'interféromètre réel comporte en plus des miroirs M_1 , M_2 , et la séparatrice S_p , une lame C_p de verre de mêmes dimensions que la séparatrice, parallèle à cette dernière, et ne portant pas de dépôt métallique.

A partir d'un faisceau de rayons lumineux incident on obtient deux faisceaux (1) et (2) qui suivent deux voies différentes :

Voie 1 : réflexion sur la séparatrice \rightarrow réflexion sur le miroir M_1 \rightarrow traversée de la séparatrice et de la compensatrice \rightarrow arrivée dans la zone d'observation.

Voie 2 : traversée de la séparatrice et la compensatrice \rightarrow réflexion sur le miroir M_2 \rightarrow réflexion sur l'ensemble de la séparatrice et de la compensatrice \rightarrow arrivée dans la zone d'observation.

La présence de la compensatrice entraîne que les deux faisceaux (1) et (2) traversent la même épaisseur de verre, il en résulte que la différence de chemin optique entre eux est indépendante de l'indice du verre et par conséquent de la longueur d'onde utilisée.

2.2.

2.2.1. Verre : $n \sim 1,5$. Eau : $n \sim 1,33$

$$2.2.2. \overline{\text{rot}}(\overline{\text{rot}}\vec{E}) = \overline{\text{rot}}\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) \Rightarrow \overline{\text{grad}}(\text{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\frac{\partial\overline{\text{rot}}(\vec{B})}{\partial t} \Rightarrow -\Delta\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\frac{n^2}{c_0^2}\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right]$$

$$\Rightarrow \Delta\vec{E} - \frac{n^2}{c_0^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} ; \text{ de la forme } \Delta\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \text{ avec } c = \frac{c_0}{n}.$$

\vec{E} est solution d'une équation d'onde de D'Alembert . C est la vitesse de propagation de l'onde dans le milieu.

2.3.

$$2.3.1. \Delta\psi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

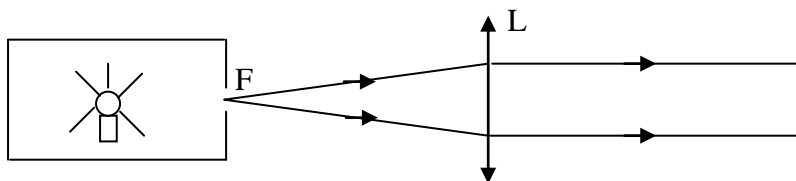
2.3.2 $\psi(M, t)$ est une onde plane s'il existe une direction fixe telle que $\psi(M, t)$ est uniforme sur tout plan perpendiculaire à cette direction.

2.3.3. $\psi(z, t) = f\left(t - \frac{z}{c}\right) + g\left(t + \frac{z}{c}\right)$ ou f et g sont des fonction quelconques d'une seul variable.

$f\left(t - \frac{z}{c}\right)$ représente une onde plane progressive qui se propage dans la direction et le sens des

z croissants. $g\left(t + \frac{z}{c}\right)$ représente une onde plane progressive qui se propage dans la direction et le sens des z décroissants.

2.3.4. Il suffit de placer une source ponctuelle dans le foyer objet d'une lentille convergente :
Exemple1 : La source ponctuelle est un petit trou dans une substance opaque.



$$2.3.5. \quad \Delta\psi(r,t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(r,t)}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{r} \frac{\partial^2 [r\psi(r,t)]}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(r,t)}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\partial^2 [r\psi(r,t)]}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 [r\psi(r,t)]}{\partial t^2} = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \phi(r,t)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi(r,t)}{\partial t^2} = 0}$$

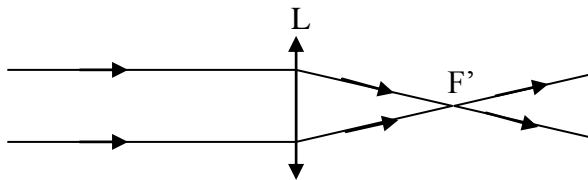
2.3.6 $\phi(r,t)$ est solution d'une équation de D'Alembert, donc $\phi(r,t) = f_1(t - \frac{r}{c}) + f_2(t + \frac{r}{c})$

Or $\phi(r,t) = r\psi(r,t)$ donc $\boxed{\psi(r,t) = \frac{1}{r} f_1(t - \frac{r}{c}) + \frac{1}{r} f_2(t + \frac{r}{c})}$

2.3.7. $\frac{1}{r} f_1(t - \frac{r}{c})$ est l'onde sphérique progressive se propageant dans le sens des r croissants à la vitesse c. On la qualifie onde sphérique divergente.

$\frac{1}{r} f_2(t + \frac{r}{c})$ est l'onde sphérique progressive se propageant dans le sens des r décroissants à la vitesse c. On la qualifie onde sphérique convergente.

2.3.8.



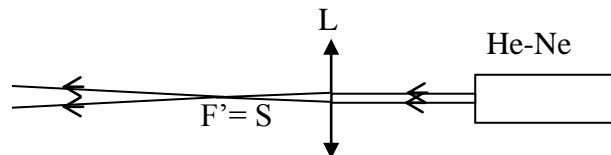
Après la lentille convergente et le foyer image F' on a onde sphérique convergente. Après F' l'onde sphérique est divergente.

3^{ème} partie Mesure de l'indice de réfraction de l'air

3.1. Etude de la figure d'interférence

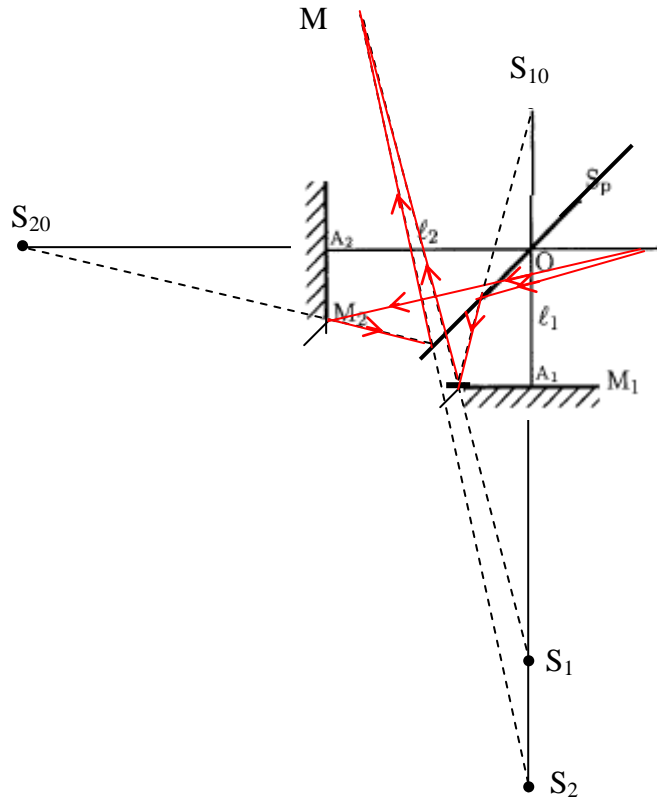
3.1.1. La couleur du Laser He-Ne est rouge.

3.1.2.



Le foyer image F' de L joue le rôle d'une source ponctuelle.

3.1.3.



3.1.4.

On a $S \xrightarrow{M_2} S_{20}$ donc $A_2S = A_2S_{20}$ et $S_{20} \xrightarrow{S_p} S_2$ donc $OS_2 = OS_{20}$
 or $OS_{20} = OA_2 + A_2S_{20} = l_2 + A_2S = l_2 + (l_2 + l_0) = 2l_2 + l_0$
 donc $OS_2 = 2l_2 + l_0$

de même $S \xrightarrow{S_p} S_{10}$ donc $OS = OS_{10}$ et $S_{10} \xrightarrow{M_1} S_1$ donc $A_1S_1 = A_1S_{10}$
 $OS_1 = l_1 + A_1S_1 = l_1 + (l_1 + l_0) = 2l_1 + l_0$

Comme $S_1S_2 = |OS_2 - OS_1|$ donc $\boxed{S_1S_2 = 2|l_2 - l_1|}$

3.1.5.

$\delta = (\delta_M) = (SJ_2M) - (SI_2M)$.

$(SJ_2M) = (SJ_1) + (J_1J_2) + (J_2M) = (S_{20}J_1) + (J_1J_2) + (J_2M)$ car $S \xrightarrow{M_2} S_{20}$

$(SJ_2M) = (S_{20}J_2) + (J_2M) = (S_2J_2) + (J_2M)$ puisque $S_{20} \xrightarrow{S_p} S_2$ d'où : $(SJ_2M) = (S_2M)$

De même $(SI_2M) = (SI_1) + (I_1I_2) + (I_2M) = (S_{10}I_1) + (I_1I_2) + (I_2M)$ car $S \xrightarrow{S_p} S_{10}$

$(SI_2M) = (S_{10}I_2) + (I_2M) = (S_1I_2) + (I_2M)$ puisque $S_{10} \xrightarrow{M_1} S_1$ d'où : $(SI_2M) = (S_1M)$

Finalement $\boxed{\delta = (S_2M) - (S_1M)}$: S_1 et S_2 sont les sources secondaires.

3.1.6 $I(M) = 2 \frac{I_0}{4} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta) = \frac{I_0}{2} (1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta)$.

En effet chacun des rayons qui interfèrent en M se réfléchit une fois et traverse une fois la séparatrice. L'intensité se divise chaque fois par 2 (lame semi-réfléchissante) ; soit en tout par 4.

3.1.7. Les franges d'interférences sont des anneaux concentriques de centre C.

$$3.1.8. \quad r_2 - r_1 = \sqrt{\left(D + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + z^2} - \sqrt{\left(D - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + z^2}$$

$$3.1.9. \quad \text{On a : } \delta = n(r_2 - r_1) = n a \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{2D^2}\right)$$

$$\text{Donc } p = \frac{na}{\lambda_0} \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{2D^2}\right)$$

$$\text{En C : } p_0 = \frac{na}{\lambda_0}$$

On remarque que $p \leq p_0$; l'ordre d'interférence est maximale au centre.

3.1.10. Sur une frange d'interférence $I(M) = \text{cte} \Rightarrow y^2 + z^2 = \text{cte}'$; les franges d'interférence sont donc des anneaux concentriques de centre C.

Pour un anneau d'ordre P et de rayon R_p on peut écrire :

$$p = p_0 \left(1 - \frac{R_p^2}{2D^2}\right) \Rightarrow R_p = D\sqrt{2} \sqrt{\left(1 - \frac{p}{p_0}\right)} \quad \text{or } p_0 = \frac{na}{\lambda_0} \quad \text{donc } \boxed{R_p = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}} \sqrt{(p_0 - p)}}$$

3.1.11. Dans le cas d'un centre brillant p_0 est entier donc $\boxed{\varepsilon = 0}$; dans le cas d'un centre

sombre p_0 est un demi-entier donc $\boxed{\varepsilon = \frac{1}{2}}$.

3.1.12. Dans le cas d'un anneau brillant p est entier

- Si le centre est clair l'ordre d'interférence du $k^{\text{ème}}$ anneau brillant est : $p_k = p_0 - k$

$$p_0 - k = p_0 \left(1 - \frac{R_{c,k}^2}{2D^2}\right) \Rightarrow R_{c,k} = D\sqrt{\frac{2}{p_0}k} \Rightarrow R_{c,k} = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}k}$$

De la forme $R_{c,m} = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}m}$; $m = k$ est donc le numéro de l'anneau clair. Les valeurs

permise sont donc $m = 0, 1, 2, \dots$

- Si le centre n'est pas brillant, l'ordre d'interférence du $k^{\text{ème}}$ anneau brillant est $p_k = k_0 - l + 1$

$$p_0 - \varepsilon - k + 1 = p_0 \left(1 - \frac{R_{c,k}^2}{2D^2}\right) \Rightarrow R_{c,k} = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}(k - 1 + \varepsilon)}$$

On voit que $m = k - 1$. Les valeurs possibles pour (k) sont : $k = 1, 2, 3, \dots$ donc les valeurs permise pour m sont aussi : $m = 0, 1, 2, \dots$

Dans les deux cas :

$$\boxed{R_{c,m} = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}(m + \varepsilon)}}$$

Autre démonstration : Anneau brillant : $p = k$ entier

$$R_p = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}} \sqrt{(k_0 - k + \varepsilon)} = D\sqrt{\frac{2\lambda_0}{na}(m + \varepsilon)} \quad \text{avec } m = k_0 - k$$

La plus grande valeur possible de k est k_0 donc les valeurs possibles pour m : $0, 1, 2, \dots$

3.1.13. Pour que la variation de l'intensité lumineuse enregistrée donne la loi de variation des rayons des anneaux clairs, il est nécessaire que la barrette CCD coïncide avec un diamètre commun des anneaux. Dans la pratique, il faut s'assurer que les écarts entre les pics d'intensité sont maximums.

3.1.14 Pour pouvoir repérer le centre sur l'enregistrement on garde aussi la partie du premier anneau situé de l'autre coté.

3.1.15.

Dans le tableau on reporte le numéro de l'anneau clair (compté à partir du centre) en fonction du numéro du pixel correspondant déterminé en utilisant l'enregistrement (b) de la figure 4.

Numéro de l'anneau	centre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Numéro du pixel	1502	1877 et 1126	904	734	597	495	375	307	205	136	51

Le centre de la figure d'interférence correspond au pixel numéro 1502. On peut vérifier que les pixels correspondants au premier anneau sont équidistants du pixel relatif au centre (au erreurs près de la mesure): $1502-1126 = 376$ et $1877-1502 = 375$

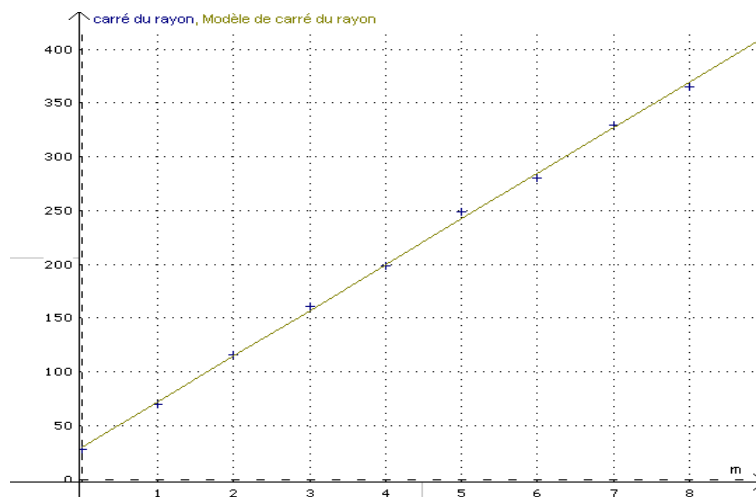
Sachant que la largeur de chaque pixel est $14 \mu\text{m}$, on peut alors déterminer les rayons des anneaux clairs :

Par exemple pour le premier anneau : $(1502-1126) \times 14 \cdot 10^{-3} = 376 \times 14 \cdot 10^{-3} = 5,26 \text{ mm}$

Numéro de l'anneau	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$R_{c,m}$ (mm)	5,26	8,37	10,75	12,67	14,10	15,78	16,73	18,16	19,12	20,31

3.1.16 théoriquement on a $R_{c,m} = D \sqrt{\frac{2\lambda_0}{na} (m + \varepsilon)}$ $\Rightarrow R_{c,m}^2 = D^2 \frac{2\lambda_0}{na} (m + \varepsilon)$

L'enregistrement de la figure 4 suggère que le centre n'est pas brillant, dans ce cas $m = l - 1$ (l) représentent les numéros des anneaux clairs. On va donc représenter $(R_{c,m})^2$ en fonction de m .



La courbe $R_{c,m}^2 = f(m)$ obtenue expérimentalement est une droite de la forme $R_{c,m}^2 = am + b$ avec $a=42,49$ et $b=29,72$. La loi donnant les variations des rayons des anneaux est vérifiée.

On a $\varepsilon = \frac{b}{a} = 0.7$: Le centre n'est donc pas clair, en accord avec l'enregistrement de la figure

4.

$$3.1.17 \text{ on a montré que } R_p = D\sqrt{2}\sqrt{1-\frac{P}{P_0}} = D\sqrt{2}\sqrt{1-\frac{P\lambda_0}{na}}$$

Lorsque (a) diminue, le rayon R_p de l'anneau d'ordre p, diminue. Les anneaux défilent vers le centre pour y disparaître.

3.2. Indice de réfraction de l'air

3.2.1. On se place dans le cas de la figure3 où $l_2 > l_1$:

$$\delta_0 = (SOA_2OC) - (SOA_1OC) = 2(OA_2) - 2(OA_1) = 2n(l_2 - l_1) + 2n'l - 2nl_1$$

$$\delta_0 = 2n(l_2 - l_1) + 2l(n' - n) = n \left[2(l_2 - l_1) + 2l \frac{n' - n}{n} \right] \text{ de la forme } \delta_0 = na' \text{ avec :}$$

$$a' = 2(l_2 - l_1) + 2l \frac{n' - n}{n}$$

$$3.2.2. I(M) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta \right) \text{ avec } \delta = na' \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{2D^2} \right)$$

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0} na' \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{2D^2} \right) \right]$$

$$3.2.3. p = \frac{na' \left(1 - \frac{y^2 + z^2}{2D^2} \right)}{\lambda_0}$$

Lorsque P' augmente de à P n' augmente à n. Dans le cas choisi ici a' augmente : les anneaux sortent du centre et augmentent leur rayons.

$$3.2.4. \Delta p_0 = \frac{n}{\lambda_0} (a - a') = -2l \frac{n}{\lambda_0} \frac{n' - n}{n} = 2l \frac{n - n'}{\lambda_0}$$

Δp_0 représente le nombre d'anneaux qui ont défilé lorsque la pression passe de P' à P.

$$3.2.5. N_0 = 2l \frac{n - 1}{\lambda_0} \Rightarrow n = 1 + \frac{\lambda_0 N_0}{2l}$$

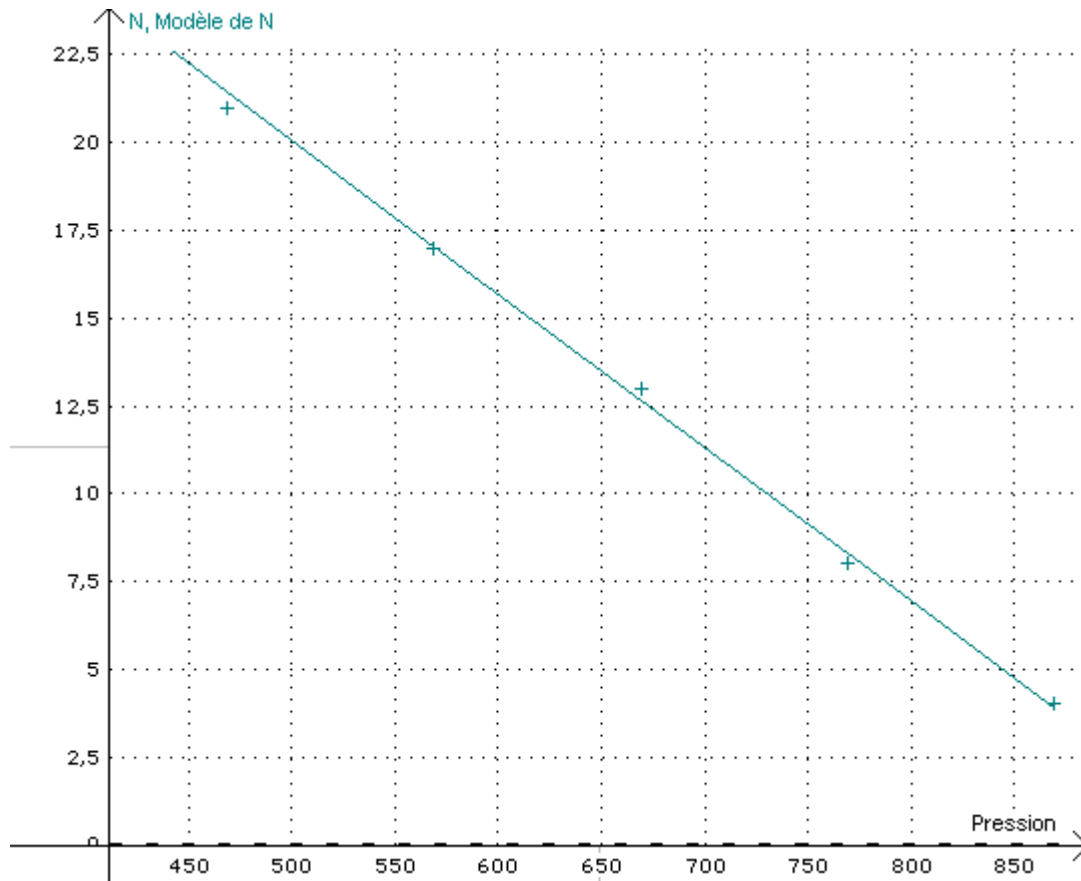
3.2.6.

3.2.6.1

ΔP (hPa)	-100	-200	-300	-400	-500	-600
N	4	8	13	17	21	25

3.2.6.2

N	4	8	13	17	21	25
P' (hPa)	869	769	669	569	469	369



N est une fonction affine de la pression P' : $N = aP' + b$

On trouve la courbe : $a = -0.044 \text{ (hPa)}^{-1}$ et $b = 42,0$

3.2.6.3. $N = N_0$ pour $P' = 0$ donc $N_0 = 42$

3.2.6.4. $n - 1 = \frac{\lambda_0 N_0}{2l}$; A.N. $n - 1 = 2,66 \cdot 10^{-4}$

4^{ème} partie Modèle de variation d'indice

4.1.

4.1.1. $\text{div } \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow i\vec{k} \cdot \vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{E} = 0$: Champ électrique transverse.

4.1.2. Onde plane progressive monochromatique : $\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E}$

$\text{div } \vec{B} = 0 \Rightarrow \vec{k} \cdot \vec{B} = 0$: Champ magnétique transverse.

4.2.

4.2.1.

- $\vec{f}_{\text{lorentz}} = -e(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$ avec $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$.
- $\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E} \Rightarrow \|\vec{B}\| = \left\| \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E} \right\| = \frac{k}{\omega} \|\vec{E}\| = \frac{1}{c} \|\vec{E}\|$

$$\|\vec{B}\| = \frac{n}{c_0} \|\vec{E}\|$$

$$\|\vec{v} \wedge \vec{B}\| \leq \|\vec{v}\| \|\vec{B}\| \Rightarrow \|\vec{v} \wedge \vec{B}\| \leq \|\vec{v}\| \frac{n}{c_0} \|\vec{E}\| \Rightarrow \frac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \leq n \frac{\|\vec{v}\|}{c_0}$$

Dans la limite non relativiste $\frac{\|\vec{v}\|}{c_0} \ll 1 \Rightarrow \frac{\|\vec{v} \wedge \vec{B}\|}{\|\vec{E}\|} \ll 1$

On peut négliger la partie magnétique devant la partie électrique de la force de Lorentz.

4.2.2. Dans le référentielle du laboratoire supposé galiléen :

$$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \vec{f}_{\text{Lorentz}} + \vec{f} + \vec{f}_r \Rightarrow \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -\frac{e}{m_e} \vec{E} - \omega_0^2 \vec{r} - \frac{1}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{1}{\tau} \frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2 \vec{r} = -\frac{e}{m_e} \vec{E}}$$

4.2.3. En régime sinusoïdale forcé : $-\omega^2 \vec{r} + \frac{1}{\tau} (-i\omega \vec{r}) + \omega_0^2 \vec{r} = -\frac{e}{m_e} \vec{E}$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{r} = -\frac{e}{m_e} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}}$$

4.2.4. $\vec{p} = -e\vec{r} \Rightarrow \vec{p} = \frac{e^2}{m_e} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}} \Rightarrow \boxed{\vec{P} = \frac{Ne^2}{m_e} \frac{\vec{E}}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}}$

4.2.5. $\vec{P} = \frac{Ne^2}{m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} \vec{E} \Rightarrow \vec{P} = \varepsilon_0 \left[1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}} - 1 \right] \vec{E}$

Or $\vec{P} = \varepsilon_0 (\underline{n}^2 - 1) \vec{E}$ donc $\underline{n}^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{\omega_0^2 - \omega^2 - i\frac{\omega}{\tau}}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}$

4.3. Dans le domaine visible : $\underline{n}^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e \omega_0^2} \Rightarrow \underline{n}^2$ est réel

n est voisin de 1, donc $\frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e \omega_0^2} \ll 1$. On peut faire le développement limité de n :

$$n = \sqrt{1 + \frac{Ne^2}{\varepsilon_0 m_e \omega_0^2}}$$

$$\boxed{n \approx 1 + \frac{Ne^2}{2\varepsilon_0 m_e \omega_0^2}}$$

4.4. Chaque atome libère deux électrons. Un volume V contient donc $\frac{N}{2}V$ molécules,

$\frac{N}{2N_a}V$ moles de molécules. N_a est le nombre d'Avogadro .

L'équation des gaz parfaits donne : $PV = \frac{N}{2N_a}VRT \Rightarrow P = \frac{N}{2N_a}RT$

La constante de Boltzmann est donnée par : $k_B = \frac{R}{N_a}$

Donc $P = \frac{N}{2}k_B T \Rightarrow N = \frac{2P}{k_B T}$

D'où $n-1 = \frac{e^2}{2\varepsilon_0 m_e \omega_0^2} \frac{2P}{k_B T} \Rightarrow n-1 = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e k_B \omega_0^2} \frac{P}{T}$

On retrouve la loi de Gladstone : $n-1 = \alpha \frac{P}{T}$

$$\alpha = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e k_B \omega_0^2}$$